

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор Института цифры


_____ А.О. Рада

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
в магистратуру по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Профиль (направленность) программы
Математическое моделирование
в 2025 году

КЕМЕРОВО 2024

Форма проведения вступительных испытаний: **тест с открытой формой ответов.**

Общая продолжительность вступительного испытания – **180 минут.**

Максимальная оценка – **100 баллов.**

В испытаниях варианты тестовых заданий по 12 вопросов (заданий) в каждом варианте: 10 заданий общего уровня и общей подготовки, оцениваемые максимум по 5 баллов за каждое, и 2 задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи), оцениваемые по 25 баллов.

Задания общего уровня и общей подготовки оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если абитуриент полностью ответил на поставленный вопрос (решил правильно задачу);

4 балла ставится, если правильно решал задачу, но получил неверный ответ из-за ошибок вычисления или округлений;

3 балла ставится, если абитуриент правильно решал задачу, но допустил незначительные ошибки в реализации алгоритма решения или неправильно проводил вычисления;

2 балла ставится, если абитуриент наметил правильный путь решения, приступил к решению, но не довел решение до конца;

1 балл ставится, если абитуриент приступил к решению задачи, но выбрал неправильный алгоритм;

0 баллов ставится, если абитуриент не приступал к решению задачи.

Задания с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи) оцениваются следующим образом:

5 баллов ставится, если в ситуационной задаче поставлена проблема.

10 баллов – если построена математическая модель задачи.

15 баллов – в задаче построена модель и проведено решение одного из этапов задачи.

20 баллов – задача решена, но содержатся неточности или ошибки в расчётах.

25 баллов – задача решена полностью.

Нижний порог прохождения – **30 баллов.**

В программе представлены:

- содержание блоков тем, на основе которых составлены тесты;
- основная и дополнительная литература;
- образцы тестов.

Апелляция по вступительным испытаниям проводятся на следующий день после опубликования результатов.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМЫ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАПРАВЛЕНИЮ 01.04.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА:

- Математический анализ;
- Геометрия и алгебра;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации;
- Прикладная статистика

СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ И ОБРАЗЦЫ ВОПРОСОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ, ВКЛЮЧЕННЫМ В ПРОГРАММУ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Числовые последовательности. Существование предела монотонной последовательности. Сходимость по критерию Коши.
2. Предел и непрерывность функции одной переменной. Нахождение предела функции. Порядок малости и порядок роста функции. Непрерывность и точки разрыва. Исследование на равномерную непрерывность.
3. Дифференциальные исчисления. Нахождение производной сложной функции. Дифференциал, приближенные вычисления. Раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора. Исследование функции.
4. Интегральные исчисления. Неопределенный интегралы. Методы вычисления интегралов: замены переменных, интегрирования по частям, неопределенных коэффициентов. Определенный интеграл.
5. Числовые ряды. Исследование сходимости положительных рядов. Исследование абсолютной и условной сходимости.
6. Функциональные последовательности и ряды. Исследование равномерной сходимости ФП. Нахождение области сходимости ФР. Равномерная сходимость ФР и свойства суммы.
7. Степенные ряды. Нахождение радиуса сходимости, области сходимости. Разложение функции в степенной ряд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 444 с. — ISBN 978-5-507-45877-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/289001>
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 464 с. — ISBN 978-5-507-46113-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/297692>

2. ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА

АЛГЕБРА

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений.
2. Определитель матрицы. Определитель с углом нулей. Разложение определителя. Определитель произведения матриц. Критерий равенства определителя нулю. Обратная матрица.
3. Многочлены. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Кратные корни.
4. Векторные пространства и линейные операторы. Базис и размерность векторного пространства. Подпространство, сумма подпространств, размерность суммы. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Диагонализуемость.
5. Евклидовы пространства. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Неравенства треугольника и Коши-Буняковского. Симметрические операторы. Ортогональные операторы.

ГЕОМЕТРИЯ

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение. Аффинная и декартова системы координат. Уравнения линий и поверхностей.
2. Прямая линия на плоскости: общее уравнение прямой, параметрическое и каноническое уравнения, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору уравнение. Расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми.
3. Плоскость и прямая в пространстве: общее и параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости, проходящей через данную точку ортогонально данному вектору Расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями.
4. Общее и параметрическое уравнение прямой в пространстве, канонические уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещенными прямыми, угол между прямой и

плоскостью, взаимное расположение двух прямых, взаимное расположение прямой и плоскости.

8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / П.С. Александров. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-0908-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/493>
 2. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. I : учебное пособие / А.П. Киселев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 152 с. — ISBN 978-5-9221-0676-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2203>
 3. Мальцев, Анатолий Иванович. Основы линейной алгебры : учебник / А. И. Мальцев. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 470 с.
- дополнительная литература*
1. Кремер, Наум Шевелевич. Линейная алгебра [Текст] : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2014. - 307 с.

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения и его решения. Интегральная кривая.
2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли.
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.
4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы уравнений.
5. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высокого порядка.
6. Линейные однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.
7. Линейные системы с переменными коэффициентами. Линейная зависимость функций и определитель Вронского. Формула Лиувилля – Остроградского.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 222 с. — ISBN 978-5-00101-799-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/135528>
3. Филиппов, Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [сб. задач для вузов] / А. Ф. Филиппов. - Москва ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2005. - 175 с.
4. Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Текст] / В.К. Романко [и др.] . – 3-е изд. – Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2012. – 219 с.

4. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Классическое определение вероятности.
2. Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность.
3. Схема испытаний Бернулли. функция распределения, плотность
4. Вероятность, ее характеристика, ее характеристика.
5. Числовые характеристики случайной величины.
6. Закон распределения двумерной случайной величины, ее числовые характеристики.
7. Числовые характеристики функций от случайных величин, закон распределения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гутова, С. Г. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2016. — 216 с. — ISBN 978-5-8353-1914-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/92380>
2. Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210536>
3. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. . - М. : Высшее образование, 2007. - 479 с.

5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

1. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Задача о выпуске. Задача о смесях. Геометрическая интерпретация ЗЛП. Графический метод решения. Транспортная задача.
2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности решения. Градиентный метод безусловной оптимизации.
3. Общая задача нелинейного программирования. Необходимые условия минимума. Условие регулярности. Достаточные условия минимума.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стереотипное. - СПб.: Лань, 2012. - 448 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=3799
2. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учеб. пособие / В. Н. Крутиков; Кемеровский гос. ун-т. – Кемерово, 2011. – 91 с.
5. Ржевский, С.В. Исследование операций. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/32821> — Загл. с экрана.
6. Горлач, Б.А. Исследование операций : учебное пособие / Б.А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/4865> (дата обращения: 12.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА

1. Описательные статистики. Меры центральной тенденции и меры изменчивости (параметрические и непараметрические)
2. Основные понятия и алгоритм теории статистического вывода
3. Критерии сравнения средних и оценки сдвигов.
4. Корреляционно-регрессионный анализ. Оценка тесноты связи, направление связи. Регрессионные модели. МНК

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган, Е. С. Прикладной статистический анализ данных : учебное пособие / Е. С. Каган. — Кемерово : КемГУ, 2018. — 235 с. — ISBN 978-5-8353-2413-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/134318>
2. Наследов, Андрей Дмитриевич. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных [Текст] : учебное пособие для вузов / А. Д. Наследов. - 4-е изд., стер. - СПб. : Речь,

2012. - 390 с.

ВАРИАНТЫ ТЕСТА

1. Вычислить производную функции $y = \cos^5(2x^4 + 9)$.

2. Вычислить интеграл $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

3. В задаче минимизации функции $f(x) = x_1^2 + x_1 + x_2^2 + 2x_2 + 1$ точка $x = (0, 5; 1)$:

1) точка минимума; 2) точка максимума; 3) не является точкой экстремума.

4. Найти частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \cos(2x^4 - 2y) + x \cdot e^{y^2}$$

5. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)^2}$.

6. В урну, содержащую 3 шара, опущен белый шар. После чего из урны случайным образом извлекается шар, он оказался белым. Определить вероятность того, что в урне первоначально находилось 1 белый и 2 черных шара (если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров по цвету: белые, черные).

7. Случайная величина X имеет биномиальный закон распределения. Производится 4 испытаний. Математическое ожидание равно $M(X) = 6$. Найти дисперсию $D(X)$ и вероятность $P(X = 4)$ того, что значение случайной величины равно 2.

8. Построить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-3; 2)$, $B(1; 7)$. Найти координаты вектора нормали

9. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - y' - 2y = 0.$$

10. Найти собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

11. Ситуационная задача 1.

Цех выпускает два вида продукции А и Б с двумя видами ресурсов R1 и R2, запасы которых ежедневно составляют по 700 единиц. При

выпуске единицы продукции А используется 3 единицы ресурса R1 и 4 единицы ресурса R2. При выпуске единицы продукции Б используется 4 единицы ресурса R1 и 3 единицы ресурса R2. Прибыль от единицы продукции вида А и Б одинакова. Определить оптимальные объемы выпуска продукции. Какой из ресурсов используется полностью?

12. Ситуационная задача 2.

Имеется информация об объеме зрительного внимания ребенка (X) и количеством ошибок (Y) которые он делает при переписывании иностранного текста. Определить тесноту и направление связи. Построить регрессионную модель зависимости количества сделанный ошибок от объема зрительного внимания.

X	10	10	9	9	8	7	5	5	3	2
Y	1	2	4	2	4	6	6	7	9	10